

Matematyka ‘Drogi do rzeczywistości’

Od dawna fizycy i specjaliści z innych dziedzin zastanawiają się nad zadziwiającą stosowalnością matematyki do rozwiązywania problemów w naukach przyrodniczych. Trudno obecnie wyobrazić sobie podręcznik fizyki czy chemii, w którym nie byłoby matematyki. A jeśli do tego chcemy przedstawić rozmaite współczesne koncepcje, to bez matematyki, i to zaawansowanej, nie można się obejść. Pięknie opowiada się o czarnych dziurach, strunach, unifikacji mechaniki kwantowej z grawitacją, żeby jednak móc cokolwiek dokładniej przedstawić te zagadnienia, trzeba użyć niebanalnej matematyki. Matematyka niemal od zawsze była związana z fizyką. Najwięksi matematycy tacy jak Archimedes czy Newton bardziej znani są z osiągnięć w fizyce. Niektóre dziedziny matematyki kiedyś stanowiły część fizyki i odwrotnie. Obecnie, mimo niemal obłędnej specjalizacji, matematyka i fizyka przenikają się nawzajem. Fizyka niejako wymusza na matematyce spojrzenie bardziej globalne i poszukiwanie nowych metod, przyczyniając się do jej rozwoju. Nowe dziedziny matematyki pozwalają lepiej zrozumieć, opisać zjawiska fizyczne, również wpływając na postęp w fizyce.

Gdy zaczynał się XX wiek panowało wśród fizyków przekonanie, że najważniejsze cele poznawcze już osiągnięto, wyjaśnienia wymagają tylko nieliczne zjawiska, co powinno dać się zrobić z pomocą matematyki dość szybko. Teoria względności i mechanika kwantowa pokrzyżowały plany. Przyczyniły się jednak do gwałtownego rozwoju wielu, często wysoce abstrakcyjnych, dziedzin matematyki. Pod koniec XX wieku bogactwo rozmaitych teorii, a także pytań bez odpowiedzi, było przeogromne, choć na wiele wcześniejszych rzeczywiście udało się znaleźć zadowalające odpowiedzi. Z jednej strony zaczęto zagłębiać w głąb jądra atomu, z drugiej przyglądano się Wszechświatowi jako całości, próbując odgadnąć zarówno jego kształt jak i początek. Na początku XXI wieku trudno byłoby chyba znaleźć specjalistę, który mógłby twierdzić z pełnym przekonaniem, że sytuacja w fizyce jest niemal całkowicie uporządkowana. Istnieje wiele różnych, konkurujących ze sobą teorii, obficie wykorzystujących najnowsze osiągnięcia matematyki.

Czytelnik ma do dyspozycji wiele książek i opracowań na temat sytuacji we współczesnej fizyce. Piszący, chcąc dotrzeć do jak największego grona czytelników, jak mogą, starają się uniknąć wykorzystania matematyki. Stosują się do zasady, że każdy wzór o połowę zmniejsza liczbę czytelników. Powoduje to, że obraz problemów jest niekompletny i nieco zafalszowany. Rzadziej autorzy mają odwagę i ukazują czytelnikom choćby namiastkę tego, jakimi narzędziami posługują się obecnie fizycy, aby poznać prawa rządzące rzeczywistością.

Niedawno pojawiło się na rynku dzieło zupełnie niezwykle: *Droga do rzeczywistości* Rogera Penrose’a. Już sama objętość książki – ponad 1100 stron – budzi respekt, a do tego dochodzi jeszcze nazwisko jednego z najbardziej znanych współczesnych

kosmologów, autora również wielu książek z pogranicza różnych dziedzin poznania ludzkiego. Penrose jest z wykształcenia matematykiem, lecz znany jest głównie z prac w dziedzinie kosmologii i zastosowań ogólnej teorii względności. Jako matematyk „siedzący” w fizyce doskonale czuje fizyczne intuicje wykorzystywanych pojęć matematycznych i to nawet tych szczególnie abstrakcyjnych. Może właśnie dzięki temu zaangażowaniu się w zastosowania potrafi w niezwykle przystępny sposób opisywać matematyczne obiekty i konstrukcje, wydawałoby się nie do zrozumienia dla niespecjalisty.

W podtytule *Drogi do rzeczywistości* czytamy, że jest to *Wyczerpujący przewodnik po prawach rządzących Wszechświatem*. Przyglądając się rozmiarom dzieła Penrose’a, można odnieść wrażenie, że jego studiowanie może być rzeczywiście wyczerpujące. Czytelnika nie powinna jednak przerażać grubość książki, choć rzeczywiście wygląda ona jak solidna „cegła”. Autor doskonale potrafi wciągnąć w tok swoich rozumowań. Całość napisana jest bardzo dobrym językiem. Wiele fragmentów czyta się z zapartym tchem. Chociaż książka posiada swoją wewnętrzną logikę, to nie ma konieczności czytania jej „od deski do deski”. Czytelnik może studiować interesujące go rozdziały w zasadzie niezależnie od pozostałych, a następnie uzupełniać brakujące informacje. W samej rzeczy *Droga do rzeczywistości* ma cechy przewodnika podobne do cech przewodników po górach czy interesujących krainach geograficznych. Przewodnika, na przykład po Tatrach, raczej nie czytamy jak powieści. Szukamy fragmentów dotyczących interesujących nas tras i te studiujemy dokładniej. Tak jest właśnie w przypadku omawianej książki. A jest w czym wybierać.

Pierwsza część *Drogi do rzeczywistości*, czyli pierwsze 16 rozdziałów stanowi przewodnik po najważniejszych koncepcjach matematyki wykorzystywanych do opisu współczesnych teorii fizycznych. Wędrowka rozpoczyna się historycznie od twierdzenia Pitagorasa i postulatów Euklidesa. Następnie omawiana jest geometria nieeuklidesowa (hiperboliczna) z najważniejszymi modelami i nawiązaniem do rzeczywistości fizycznej. Od geometrii Autor przechodzi do prezentacji różnych koncepcji rozszerzenia pojęcia liczby; pojawiają się liczby i funkcje zespolone. Nie może zabraknąć rachunku różniczkowego i całkowego zarówno zmiennej rzeczywistej jak i zespolonej. W kolejnych rozdziałach pojawiają się powierzchnie Riemanna, szeregi i transformaty Fouriera, kwaterniony, algebry Clifforda i Grassmanna. Aby dało się wniknąć w zawiloci współczesnych opisów teorii fizycznych, nie może zabraknąć teorii mnogości wraz z przeróżnymi na nich strukturami, rachunku tensorowego, teorii grup i ich reprezentacji oraz wiązek włóknistych i koneksji. Przy każdym pojęciu Penrose kładzie nacisk na motywację, jakimi kierowali się fizycy wykorzystując je w swoich rozważaniach. Kończąc wędrowkę po różnych działach matematyki Autor zatrzymuje się przy podstawach, wspominając o wielości nieskończoności w teorii

mnożności, maszynie Turinga i twierdzeniu Gödla. Jaki jest związek tych teorii z fizyką, zechce czytelnik sam sprawdzić czytając rozdział 16.

Szczególnie w początkowych rozdziałach nie brakuje wątków historycznych. Są więc przedstawiane nie tylko teorie matematyczne, lecz także ich twórcy, a często okoliczności powstania. Penrose nie ogranicza się do podania ogólnie znanych informacji, ale ukazuje też mniej znane (czasem własne i nieco dyskusyjne) interpretacje. Oryginalnie na przykład opisana jest historia odkrycia wzorów na pierwiastki równania trzeciego stopnia – postępek Cardano jest usprawiedliwiony w sposób dość zaskakujący.

Ciekawe że, mimo iż dawka matematyki jest potężna, bo jest to przegląd najważniejszych współczesnych dziedzin, to nie odczuwa się specjalnie przerostu formalizmów. Proporcje pomiędzy konkretną wiedzą merytoryczną, interpretacjami i komentarzami dobrane są po mistrzowsku.

Następne rozdziały to już jest prezentacja teorii fizycznych z solidną podbudową matematyczną, ale znów w sposób niezwykle wyważony. Dowiadujemy się, że ugruntowane teorie fizyczne mają eleganckie modele matematyczne: klasyczna mechanika w geometrii symplektycznej, ogólna teoria względności na rozmaitościach pseudoriemannowskich, klasyczne teorie pola reprezentowane są za pomocą koneksji. Autor rzeczywiście przedstawia najważniejsze koncepcje współczesnej fizyki. Jest między innymi o standardowym modelu fizyki cząstek elementarnych, kwantowej teorii pola, teorii antycząstek, teorii strun, supersymetrii, Wielkim Wybuchu i naturalnie o twistorach, obiektach wymyślonych przez Penrose'a. Omówione są klasyczne teorie w nowoczesnym ujęciu matematycznym i te zupełnie nowe, gdzie matematyczne narzędzia jeszcze nie zostały dostatecznie dopasowane.

Na specjalną uwagę zasługuje rozdział ostatni *Którędy wiedzie droga do rzeczywistości?*. Zawiera on ciekawe rozważania na temat losu obecnych teorii, mody w fizyce oraz tego, co się jeszcze w tej nauce może zdarzyć. Jest to piękny esej o możliwościach ludzkiego poznania.

Penrose we wstępie zaznacza, że poważnie się zastanawiał nad wykorzystaniem matematyki przy pisaniu książki. Uznał jednak, że to, co ma do przekazania, „nie może być właściwie przedstawione bez zapisu matematycznego i zbadania sensu pewnych istotnych pojęć matematycznych”. Jest przekonany,

że „nie jesteśmy w stanie naprawdę zrozumieć praw, które rządzą światem fizyki, bez pograżenia się w świat matematyki (...) W fizyce współczesnej nie da się uniknąć stanięcia twarzą w twarz z subtelnościami bardzo wymyślnej matematyki”. Rozumie, że są ludzie, którzy utwierdzili się w przekonaniu, iż nie są w stanie pojąć żadnej matematyki, na najbardziej nawet elementarnym poziomie, podanej w jak najlepszy i atrakcyjny sposób. Autor jest jednak optymistą i uważa, że istnieje możliwość nawiązania porozumienia nawet z takimi osobami. Choć, jak sam przyznaje, jest to może optymizm nieuleczalny, to jeśli tylko ktoś ma umysł otwarty i nie boi się wyzwań, z pewnością coś wyniesie z lektury książki nawet, gdy miał problemy z matematyką. Wiele rozdziałów jest dostępnych dla osób bez specjalnego przygotowania matematycznego. Penrose tłumaczy też wiele podstawowych pojęć jak na przykład prawa potęgowania. Uczciwie należy jednak przyznać, że przygotowanie matematyczne, a może bardziej nabyta kultura matematyczna, pozwoli Czytelnikowi więcej dostrzec oraz bardziej docenić subtelność i niezwykłość przemyśleń Autora.

Książka Penrose'a nie jest podręcznikiem, choć niektóre rozważania są dość szczegółowe. Nie jest to też literatura popularnonaukowa w zwykłym sensie. Polecić ją można wszystkim chcącym poznać najnowsze trendy we współczesnej fizyce oraz związku współczesnej matematyki z fizyką. Szczególnie specjaliści z różnych dziedzin matematycznych mogą się przekonać jak pojęcia, z którymi pracują na co dzień, nabierają nowego blasku w teoriach fizycznych. Wielu znajdzie, być może zadowolającą, odpowiedź na chętnie zadawane pytanie: do czego to się może przydać? Czyż to nie jest niezwykle przeżycie zobaczyć, jak, wydawałoby się, całkowicie oderwane od rzeczywistości abstrakcyjne teorie służą właśnie do wyjaśniania fundamentalnych zagadek tejże rzeczywistości. Kończąc swoją wędrówkę po drogach do rzeczywistości Penrose stwierdza: „Być może to, czego najbardziej potrzebujemy, to jakaś subtelna zmiana perspektywy – coś, co umyka wciąż naszej uwadze...”. Może komuś z Czytelników pod wpływem lektury przyjdą do głowy – wzorem Antei z epilogu – niezwykle, dziwne myśli...

Roger Penrose
Droga do rzeczywistości
Wyczerpujący przewodnik po prawach rządzących
Wszechświatem
Prószyński i S-ka
Tłumaczenie: Jerzy Przystawa

Zdzisław POGODA