

# Niezwykły świat pana Smullyana

*Justyna CHĄDZYŃSKA, Warszawa*

Raymond Smullyan to znany matematyk i logik, profesor filozofii na Uniwersytecie Indiana, emerytowany profesor City University of New York. Cieszy się sławą najlepszego na świecie twórcy zagadek i najzabawniejszego logika, jaki kiedykolwiek żył. Jest autorem wielu zbiorów łamigłówek i paradoksów logicznych. Ma w swym dorobku również eseje filozoficzne i zbiory aforyzmów.

Książki: „Jaki jest tytuł tej książki?”, „Dama czy tygrys” oraz „Szatan, Cantor i nieskończoność” łączy bardzo wiele. Wszystkie są jak powieści matematyczne, pełne zagadek logicznych, osadzonych w bajkowej fabule. Mają też wspólnego bohatera. Jest nim inspektor Craig, który wędruje po niezwykłych krainach i rozmawia z ich niezwykłymi mieszkańcami, odkrywając przy tym ich tajemnice. Niemniej jednak te książki nie stanowią trzech tomów jednej powieści. Każdą z nich można czytać niezależnie, nie tracąc przy tym żadnego wątku. W każdej też poziom trudności zagadek rośnie – te z pierwszych rozdziałów są bardzo łatwe, z następnych nieco trudniejsze, a te z ostatnich naprawdę skomplikowane.

Aby dowiedzieć się, jakie zagadki proponuje nam Smullyan, spójrzmy na kilka slajdów z podróży inspektora Craiga.

## Zagadki i małpie sztuczki

To zagadki z tak zwaną „długą brodą” – znane, ale wciąż lubiane. Są jednymi z łatwiejszych, ponieważ dotyczą świata, w którym poruszamy się na co dzień, i do którego reguł zdążyliśmy się przyzwyczaić. Ich rozwiązanie wymaga sprytu i dlatego noszą nazwę „małpie sztuczki”.

### Jaki zysk?

Pewien sprzedawca nabył jakiś artykuł za 700 zł, sprzedał za 800 zł, kupił znów za 900 zł i sprzedał za 1000 zł. Ile na tym zyskał?

**Odpowiedź:** Chociaż na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać, że jest inaczej, to sprzedawca zarobił na tym interesie 200 zł: 100 zł po jednej sprzedaży i 100 zł po drugiej.

### Problem dwóch monet

Dwie monety dają łącznie 3 złote, choć jedna z nich nie jest złotówką. Jak to możliwe?

**Odpowiedź:** Druga jest złotówką.

## Wyspa rycerzy i łotrów

Znajdujemy się na wyspie, której każdy mieszkaniec jest albo rycerzem, albo łotrem. Rycerze zawsze mówią prawdę, zaś łotrzy zawsze kłamią.

### Zagadka 1

Spotykamy trzech mieszkańców A, B, i C. Każdy z nich może być rycerzem albo łotrem. A i B wygłaszają następujące zdania:

A: B jest łotrem.

B: A i C są osobnikami tego samego typu.

Kim jest C?

**Rozwiązanie:** Jeśli A jest rycerzem, to B jest łotrem i wtedy C też jest łotrem. Gdy A jest łotrem, to B jest rycerzem, więc C jest osobnikiem tego samego typu, co A, czyli łotrem. Zatem niezależnie od sytuacji C jest łotrem.

### Zagadka 2 (Przygoda inspektora Craiga)

Bawiąc ongiś na wyspie rycerzy i łotrów napotkałem dwóch mieszkańców odpoczywających pod drzewem. Spytałem jednego z nich: „Czy któryś z was jest rycerzem?” Ten odpowiedział, a ja poznałem, jaka jest odpowiedź na pytanie. Kim jest osoba, do której zwróciłem się z pytaniem? A kim jest ta druga osoba?

**Rozwiązanie:** Gdyby zapytany mieszkaniec odpowiedział: „Tak”, to byłyby trzy możliwości: rycerz i łotr, dwaj rycerze albo dwaj łotry. Gdyby zaś odpowiedział: „Nie”, to musiałby być łotrem. Wówczas jego wypowiedź, że żaden nie jest rycerzem, byłaby kłamstwem, czyli jego towarzysz musiałby być rycerzem. Zatem, skoro Craig poznał kim są ci dwaj mieszkańcy, to na zadane pytanie musiał usłyszeć odpowiedź „nie”.

Od czasu do czasu na wyspie rycerzy i łotrów pojawiają się też zwykli ludzie, którzy niekiedy mówią prawdę, a niekiedy kłamią.

### Zagadka 3

Mamy trzech osobników – A, B i C – z których jeden jest rycerzem, jeden łotrem, a jeden zwykłym człowiekiem. Wygłaszają oni następujące zdania:

A: Jestem zwykłym człowiekiem.

B: To prawda.

C: Nie jestem zwykłym człowiekiem.

Kim są A, B i C?

**Rozwiązanie:** A nie jest rycerzem, bo rycerz nie mógłby powiedzieć, że jest zwykłym człowiekiem, gdyż to byłoby nieprawdą. Gdyby więc A był zwykłym człowiekiem, to B musiałby być rycerzem, a wtedy C – łotrem. Zdanie łotra C byłoby prawdziwe, doszliśmy do sprzeczności. W takim razie A jest łotrem, B zwykłym człowiekiem, a C rycerzem. I to się rzeczywiście zgadza.

### Alicja w Lesie Zapomnienia

Gdy Alicja ze znanej powieści Lewisa Carrolla weszła do Lasu Zapomnienia, nie zapomniała wszystkiego; zapomniała tylko pewne rzeczy. Często zapominała swoje imię, a najczęściej zdarzało jej się zapomnieć, jaki jest dzień tygodnia. Otóż w lesie tym często pojawiali się Lew i Jednorożec. Są to dziwne stworzenia. Lew kłamie w poniedziałki, wtorki i środy, a w pozostałe dni tygodnia mówi prawdę. Jednorożec natomiast kłamie w czwartki, piątki i soboty, lecz w pozostałe dni tygodnia mówi prawdę.

#### Zagadka 1.

Pewnego dnia Alicja spotkała Lwa i Jednorożca, odpoczywających pod drzewem. Wygłosili oni następujące zdania.

Lew: Wczoraj był jeden z dni, w które kłamię.

Jednorożec: Wczoraj był jeden z dni, w które ja również kłamię.

Z tych dwóch zdań Alicja potrafiła wydedukować, jaki był dzień tygodnia. Jaki to był dzień?

**Rozwiązanie:** Lew może powiedzieć, że wczoraj kłamał tylko w czwartek i w poniedziałek. Jednorożec może to powiedzieć tylko w czwartek i niedzielę. Zatem obaj mogli powiedzieć te zdania tylko w czwartek.

#### Zagadka 2.

W jakie dni tygodnia Lew może wygłosić następujące zdania:

(1) Wczoraj kłamałem.

(2) Jutro znów będę kłamał.

**Rozwiązanie:** Lew może powiedzieć, że wczoraj kłamał tylko w czwartek i poniedziałek. Lew może zaś powiedzieć, że jutro będzie kłamał tylko w niedzielę i środę. Zatem nie ma dnia, w który mógłby wygłosić oba te zdania.

#### Zagadka 3.

W jakie dni tygodnia Lew może wygłosić następujące zdanie: „Wczoraj kłamałem i jutro znów będę kłamał.”?

**Rozwiązanie:** To zdanie byłoby prawdziwe tylko we wtorek, ale wtedy Lew kłamię, więc go nie powie. Jeśli to zdanie jest nieprawdziwe, to oznacza: „wczoraj kłamałem lub jutro nie będę kłamał”. To zdanie Lew mógł wypowiedzieć zarówno w poniedziałek, jak i we środę. Widzimy zatem, że wbrew pozorom ta zagadka znacząco różni się od poprzedniej.

## Damy czy tygrysy?

Pewien król, inspirowany opowiadaniem Franka Stocktona „Dama czy tygrys?”, postanowił wypróbować swoich więźniów. Mają oni wybierać między pokojami, w których mogą być damy albo tygrysy. Król, nie chcąc zdawać się na przypadek, postanowił, że za każdym razem umieści na drzwiach napisy i ujawni więźniowi pewne fakty dotyczące tych napisów. Wtedy więzień potrafiący logicznie myśleć, nie tylko ocali życie, ale też zdobędzie piękną narzeczoną.

**Próba pierwsza** Król wskazał na napisy na drzwiach dwóch pokoiów:

I	II
W TYM POKOJU JEST DAMA, A W TAMTYM POKOJU JEST TYGRYS	W JEDNYM Z TYCH POKOJÓW JEST DAMA I W JEDNYM Z TYCH POKOJÓW JEST TYGRYS

„Czy napisy mówią prawdę?” – spytał więzień.

„Jeden z nich jest prawdziwy, lecz drugi fałszywy” – odparł król.

Które drzwi powinien otworzyć więzień?

**Rozwiązanie:** Gdyby drugi napis był fałszywy, to w obu pokojach byłyby damy albo w obu pokojach byłyby tygrysy. Ale wtedy pierwszy napis również byłby fałszywy. Wnioskujemy stąd, że drugi napis jest prawdziwy, a pierwszy fałszywy. To z kolei oznacza, iż w pierwszym pokoju znajduje się tygrys, a w drugim dama. Zatem więzień powinien otworzyć drugie drzwi.

Więźniom udało się szczęśliwie pokonać kilka kolejnych prób i tak doszli do próby szóstej. Tym razem król postanowił nieco utrudnić im zadanie.

### Próba szósta

Król wyjaśnił, że tym razem obowiązują inne zasady: jeśli w pokoju po lewej stronie (I) jest dama, to napis na drzwiach jest prawdziwy, zaś jeśli jest w nim tygrys, to napis jest fałszywy.

I	II
NIE MA ZNACZENIA, KTÓRY POKÓJ WYBIERZESZ	DAMA JEST W PIERWSZYM POKOJU

W pokoju po prawej stronie (II) przeciwnie: jeśli jest w nim dama, to napis jest fałszywy, a jeśli tygrys, to prawdziwy. Które drzwi powinien otworzyć więzień tym razem?

**Rozwiązanie:** Gdyby w pierwszym pokoju była dama, to napis byłby prawdziwy i oznaczałby, że w drugim pokoju też jest dama. Ale wtedy drugi napis musiałby być fałszywy, a to znaczyłoby, że w pierwszym pokoju nie ma damy, wbrew wcześniejszemu założeniu. A co, jeśli w pierwszym pokoju nie ma damy? Wówczas pierwszy napis jest fałszywy, a więc i ma znaczenie, który pokój wybierze więzień. Zatem w drugim pokoju musi być dama i wszystko się zgadza, bo teraz faktycznie drugi napis jest nieprawdziwy. Więzień i tym razem powinien otworzyć drugie drzwi.

W następnych próbach więźniom znów się powiodło, toteż król postanowił dołączyć dla utrudnienia trzeci pokój.

### Próba jedenasta (Wybór pierwszy, drugi i trzeci)

Król wyjaśnił więźniowi, że w tej próbie w jednym z trzech pokoiów znajduje się dama, w drugim tygrys, a trzeci jest pusty. Napis na drzwiach pokoju z damą jest prawdziwy, napis na drzwiach pokoju z tygrysem jest fałszywy, zaś napis na drzwiach pokoju pustego może być prawdziwy albo fałszywy. A oto napisy:

I	II	III
POKÓJ III JEST PUSTY	TYGRYS JEST W TYM POKOJU	TEN POKÓJ JEST PUSTY

Więzien poznał już damę i bardzo chciałby ją poślubić, dlatego zależy mu na znalezieniu jej, a nie tylko na ocaleniu życia. Który pokój powinien wybrać?

**Rozwiązanie:** Łatwo zauważyć, że w trzecim pokoju nie ma damy, a w pierwszym nie ma tygrysa. Zatem damy nie ma też w drugim pokoju, bo napis na jego drzwiach jest fałszywy. W takim razie dama jest w pierwszym pokoju, tygrys w drugim, a trzeci pokój jest pusty.

### **Inspektor Craig odwiedza Transylwanię**

Transylwanię zamieszkują wampiry, które zawsze kłamią oraz ludzie, którzy zawsze mówią prawdę. Ale połowa mieszkańców jest obłąkana i żywi całkowicie złudne przeświadczenia – zdania prawdziwe uznają za fałszywe, a zdania fałszywe za prawdziwe. Podsumowując, zdrowi ludzie i obłąkane wampiry wygłaszają wyłącznie zdania prawdziwe, natomiast obłąkani ludzie i zdrowe wampiry wygłaszają jedynie zdania fałszywe.

#### **Przypadek Anny i Marii**

Anna i Maria to siostry, z których jedna jest człowiekiem, a druga wampirem. Craig musiał określić, która jest wampirem. Pamiętajmy jednak, że nic nie było wiadomo o ich zdrowiu. Oto przebieg badania:

Craig (zwracając się do Anny): Powiedz mi coś o sobie.

Anna: Obie jesteście obłąkane.

Craig (zwracając się do Marii): Czy to prawda?

Maria: Oczywiście, że nie!

Na podstawie tych odpowiedzi Craig był w stanie wskazać, która z sióstr jest wampirem. Mianowicie która?

**Odpowiedź:** Anna jest wampirem, a Maria człowiekiem.

#### **Przypadek Karola i Marty Drakulów**

Karol i Marta to bliźnięta, o których z góry było wiadomo nie tylko, że jedno jest człowiekiem, a drugie wampirem, ale również, że jedno jest zdrowe, a drugie obłąkane. Craig nie miał jednak pojęcia, kto jest kim. A oto ich wypowiedzi:

Karol: Moja siostra jest wampirem.

Marta: Mój brat jest obłąkany.

Które z nich jest wampirem? A które jest obłąkane?

**Odpowiedź:** Karol jest zdrowym wampirem, a Marta obłąkanym człowiekiem.

#### **Przypadek Jerzego i Glorii Gurescu**

Jerzy i Gloria są małżeństwem. W Transylwaniі prawo nie zezwala na małżeństwa mieszane, więc albo oboje są wampirami, albo oboje są ludźmi.

Craig: Powiedzcie mi coś o sobie.

Gloria: Wszystko, co mówi mój mąż, jest prawdziwe.

Jerzy: Moja żona jest obłąkana.

Choć uwaga męża nie wydała się Craigowi nadto elegancka, to te dwie odpowiedzi wystarczyły mu do wyjaśnienia sytuacji. Czy jest to para ludzi, czy wampirów?

**Odpowiedź:** Oboje są wampirami.

### **Wyspa pytaczy**

Ta bardzo dziwna wyspa czerpie swą nazwę stąd, że jej mieszkańcy nigdy nie wygłaszają twierdzeń. Oni tylko pytają. Zadają tylko takie pytania, na które można odpowiedzieć „tak” lub „nie”. Wśród mieszkańców wyróżnia się dwa typy. Mieszkańcy typu A zadają tylko pytania, na które trzeba odpowiedzieć „tak”, żeby odpowiedzieć właściwie; mieszkańcy typu B zadają wyłącznie pytania, na które trzeba odpowiedzieć „nie”, by odpowiedzieć właściwie.

#### **Zagadka 1.**

Załóżmy, że spotykamy tubylca, który pyta: „Czy ja należę do typu B?” Co można o nim wywnioskować?

**Rozwiązanie:** Gdyby odpowiedź na to pytanie była twierdząca, to mieszkaniem byłby typu A, więc dochodzimy do sprzeczności. Gdyby zaś była przecząca, to

mieszkaniec musiałby reprezentować typ B, ale jednocześnie by temu zaprzeczał, czyli znowu mamy sprzeczność. Żaden tubylec z tej wyspy nie może zadać takiego pytania.

### **Zagadka 2.**

Załóżmy, że spotykamy tubylca, który pyta: „Czy należę do takiego typu, że mogę zadać pytanie, które teraz zadaję?” Czy można coś o nim wywnioskować?

**Rozwiązanie:** Tubylec zadał to pytanie, a więc mógł je zadać. Odpowiedź na pytanie jest twierdząca, zatem należy on do typu A.

Czytając książki Smullyana, możemy jeszcze rozwikłać tajemnice szkatulek Porcji, odwiedzić Wyspę Snów, Wyspę Baala czy Wyspę Kukieł, na których nie zabraknie nowych atrakcji i okazji do logicznego myślenia. Możemy również wraz z inspektorem Craigiem rozwiązać tajemnicę szyfrowego zamka sejfu w Monte Carlo. Ta ostatnia część wprowadza w teorię automatów, a w końcu doprowadza do wielkiego twierdzenia Gödla o nierozstrzygalności. Ponadto, wraz z czarnoksiężnikiem – bohaterem książki „Szatan, Cantor i nieskończoność”, możemy odbyć wycieczkę po nieskończoności i dowiedzieć się na czym polegały odkrycia Georga Cantora. Miłośników gry w szachy zainteresuje też pewnie jeszcze inna książka Smullyana – „Zagadki szachowe Sherlocka Holmesa”.

Nasuwa się pytanie, czy Smullyan popularyzuje matematykę, czy te pełne tajemnic i bajkowych stworów powieści mają coś wspólnego z formalną logiką? Można przecież rozwiązywać zawarte w nich zagadki, nie wiedząc nic o prawach logiki, a posługując się wyłącznie zdrowym rozsądkiem. Z drugiej strony znajomość tych praw niekiedy bardzo ułatwia zadanie. Weźmy chociażby taką zagadkę:

### **Przypadek głupiego obrońcy**

Pewnego człowieka sądzono za udział w rabunku. Oskarżyciel i obrońca wygłosili następujące zdania.

Oskarżyciel: Jeśli oskarżony jest winny, to ma on współwinnego.

Obrońca: To nieprawda!

Dlaczego była to najgorsza rzecz, jaką mógł powiedzieć obrońca?

Wprawne oko matematyka od razu zauważy, że obrońca, mimo szczerych chęci, zaprzeczył implikację, a więc wyraził, że: „Oskarżony jest winny i nie ma współwinnego”. Stąd wniosek, że choć książki Smullyana niekoniecznie uczą praw logiki, to mogą je w pewien sposób ilustrować i przybliżać dzięki osadzeniu w jakiejś, co prawda oryginalnej, rzeczywistości.